PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA
MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE
SCUOLA NORMALE SUPERIORE

I Giochi di Archimede - Gara Biennio

19 novembre 2008

1) *La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.*
2) *Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.*
3) *Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia.* NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
4) *Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è un'ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento.*

Nome ____________ *Cognome* ______________ *Classe* ______

1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*	*13*	*14*	*15*	*16*	*17*	*18*	*19*	*20*

1) Su Giove si corre oggi la Grande Maratona, lunga 2008 chilometri, a cui partecipa l'80% degli abitanti del pianeta. Dopo due chilometri il 95% dei partecipanti si ritira; i restanti 2000 corridori arrivano al traguardo. Quanti abitanti ha Giove?
(A) 20 000, **(B)** 40 000, **(C)** 50 000, **(D)** 80 000, **(E)** 100 000.

2) Un pilota vuole stabilire un nuovo record su un percorso di 50 km: percorrerlo alla velocità media di 100 km/h. A causa di alcuni problemi tecnici impiega 40 minuti per percorrere i primi 25 km. A quale velocità deve percorrere il resto del percorso (andando a velocità costante) per riuscire nel suo intento?
(A) Nessuna velocità glielo consente, **(B)** 50 km/h, **(C)** 100 km/h, **(D)** 150 km/h, **(E)** 200 km/h.

3) Alberto, Barbara e Clara giocano in un grande piazzale dove ci sono 2008 birilli. Alberto butta giù il triplo dei birilli buttati giù da Barbara, che a sua volta butta giù il doppio dei birilli buttati giù da Clara. Quanti birilli al massimo può aver buttato giù Alberto?
(A) 1321, **(B)** 1338, **(C)** 1342, **(D)** 1353, **(E)** 1362.

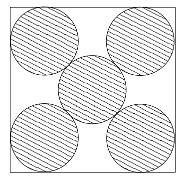
4) Pietro e Paolo festeggiano il loro onomastico in pizzeria con i loro amici. Alla fine della cena il conto viene diviso in parti uguali tra tutti i presenti e ciascuno dovrebbe pagare 12 Euro. Con grande generosità però, gli amici decidono di offrire la cena a Pietro e Paolo; il conto viene nuovamente diviso in parti uguali tra gli amici di Pietro e Paolo (cioè tutti i presenti esclusi Pietro e Paolo), e ciascuno di loro paga 16 Euro. Quanti sono gli amici di Pietro e Paolo?
(A) 6, **(B)** 8, **(C)** 10, **(D)** 12, **(E)** 16.

5) Su Marte, il Gran Ciambellano dell'Istruzione Marziana ha dichiarato che il prossimo anno scolastico ridurrà del 30% il numero dei maestri di scuola e che a coloro che rimarranno in servizio lo stipendio sarà aumentato del 35%. La spesa complessiva per gli stipendi dei maestri quindi:
(A) si ridurrà del 5,5%, **(B)** si ridurrà del 5%, **(C)** aumenterà del 5%,
(D) resterà invariata, **(E)** aumenterà del 7%.

6) In un triangolo rettangolo ABC i cateti BC e CA misurano 7 cm e 24 cm rispettivamente. Sia H la proiezione di C sull'ipotenusa AB. Quanto vale il perimetro del triangolo HBC?
(A) $\frac{262}{25}$ cm, **(B)** $\frac{501}{49}$ cm, **(C)** $\frac{392}{25}$ cm, **(D)** $\frac{801}{49}$ cm, **(E)** $\frac{412}{25}$ cm.

7) La casa e la scuola di Pietro si trovano alle due estremità di una strada rettilinea. La mamma di Pietro esce di casa e si dirige verso la scuola nello stesso momento in cui Pietro esce da scuola e si dirige verso casa. La mamma di Pietro cammina a velocità doppia rispetto a Pietro. Quanta parte del cammino da casa a scuola avrà percorso la mamma di Pietro nel momento in cui lo incontra?
(A) 1/3, **(B)** 2/5, **(C)** 1/2, **(D)** 2/3, **(E)** 3/4.

8) La mamma ha una sfoglia di pasta di forma quadrata di lato 40 cm da cui ritaglia 5 biscotti rotondi, tutti uguali tra loro, secondo lo schema in figura. Quanto misura il diametro di ciascun biscotto?
(A) $40(\sqrt{2}-1)$ cm, **(B)** $10\sqrt{2}$ cm, **(C)** $20(\sqrt{2}-1)$ cm,
(D) 16 cm, **(E)** $6(\sqrt{2}+1)$ cm.



9) Quanti sono i numeri naturali di quattro cifre in cui compare una e una sola volta la cifra 5 ed essa è la cifra più grande presente nel numero?
(A) 225, **(B)** 400, **(C)** 425, **(D)** 525, **(E)** 600.

10) In un quadrato $ABCD$ di lato 1 cm, sono dati un punto M sul lato BC e un punto N sul lato CD tali che $BM = ND$. Si sa inoltre che l'area del triangolo AMN è pari a 4/9 cm^2. Quanto vale la lunghezza del segmento ND?
(A) $\frac{1}{4}$ cm, **(B)** $\frac{1}{3}$ cm, **(C)** $\frac{1}{2}$ cm, **(D)** $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ cm, **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm.

11) Quante sono le terne ordinate distinte (x, y, z) formate da numeri interi positivi (strettamente maggiori di zero) tali che

$$x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = 9\ ?$$

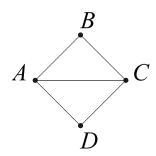
(A) Nessuna, **(B)** due, **(C)** tre, **(D)** quattro, **(E)** più di sei.

12) Quanto fa $0,\overline{60}+0,\overline{70}$?
(A) $1,\overline{3}$, **(B)** $1,\overline{30}$, **(C)** $1,\overline{31}$, **(D)** $1,\overline{4}$, **(E)** $1,\overline{40}$.

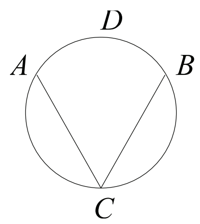
13) Quanti sono i numeri interi positivi multipli di almeno uno tra 5 e 7 e minori o uguali a 1000?
(A) 288, **(B)** 302, **(C)** 314, **(D)** 342, **(E)** 382.

14) In un sacchetto ci sono 20 palline e su ciascuna è scritto un numero intero compreso tra 0 e 10 (0 e 10 inclusi). Il numero scritto su ogni pallina se non è zero è la somma dei numeri scritti su tutte le altre palline. Allora le palline su cui è scritto zero sono:
(A) non più di cinque, **(B)** dieci, **(C)** tredici, **(D)** sedici, **(E)** almeno diciotto.

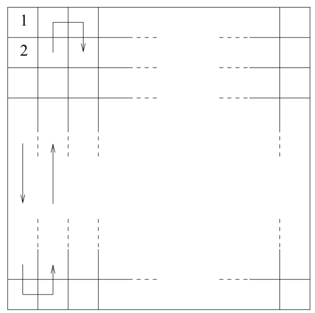
15) La figura a fianco è la pianta di un quartiere, i punti A, B, C e D sono le case e i segmenti sono le strade. Da quante delle quattro case è possibile partire per fare un percorso che passi una e una sola volta da ogni strada (passando eventualmente più di una volta per una stessa casa)?
(A) 0, **(B)** 1, **(C)** 2, **(D)** 3, **(E)** 4.



16) Il raggio della circonferenza a fianco è di 5 cm; inoltre i punti A, B e C dividono la circonferenza in tre archi di uguale lunghezza. Calcolare l'area delimitata dalle corde AC e BC e dall'arco di estremi A e B contenente D.
(A) $25(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2, **(B)** $25(\frac{\pi}{6}+\sqrt{3})$ cm^2, **(C)** $15(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2, **(D)** $\frac{25\sqrt{3}}{2}$ cm^2, **(E)** $\frac{25}{2}(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})$ cm^2.



17) Le caselle di una scacchiera quadrata sono numerate come illustrato nella figura a fianco. Nella seconda colonna si trova la casella numero 38 e la casella della terza colonna che sta sulla sua stessa riga ha il numero 43. Quante caselle ha la scacchiera?
(A) 144, **(B)** 160, **(C)** 225, **(D)** 400, **(E)** 625.



18) In un rettangolo $ABCD$ sia E un punto sul lato CD. Sapendo che l'area del triangolo ADE è un quinto dell'area del trapezio $ABCE$, calcolare il rapporto tra la lunghezza del segmento DC e quella del segmento DE.
(A) 2, **(B)** 3, **(C)** 4, **(D)** 5, **(E)** 6.

19) Un satellite munito di telecamera inviato sul pianeta Papilla ha permesso di stabilire che è falsa la convinzione di qualcuno che: "su Papilla sono tutti grassi e sporchi". Quindi adesso sappiamo che:
(A) su Papilla almeno un abitante è magro e pulito, **(B)** su Papilla tutti gli abitanti sono magri e puliti, **(C)** almeno un abitante di Papilla è magro, **(D)** almeno un abitante di Papilla è pulito, **(E)** se su Papilla tutti gli abitanti sono sporchi, almeno uno di loro è magro.

20) La Polisportiva "I tropici" ha organizzato un torneo di calcio a cui partecipano 3 squadre ciascuna composta da 15 giocatori (riserve comprese) con maglie numerate da 1 a 15. La notte prima delle partite ha nevicato e per poter giocare è necessario spalare la neve dal campo. Viene deciso allora di nominare un gruppo di 3 spalatori scegliendo un giocatore per squadra in modo che non ci siano due giocatori con lo stesso numero di maglia. In quanti modi diversi può essere formato il gruppo degli spalatori?
(A) 48, **(B)** 455, **(C)** 1125, **(D)** 2730, **(E)** 3375.